

СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ОПТИМАЛЬНОСТИ И УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОЦЕССА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ ВЛАГОМЕТРИИ ТВЕРДЫХ ВЕЩЕСТВ

С.В. Медведевских

STATISTICAL CRITERIONS OF OPTIMALITY AND CONDITIONS OF STABILITY OF THE PROCESS OF FUNCTIONING OF THE SYSTEM OF TECHNICAL INSTRUMENTS FOR WATER CONTENT MEASUREMENTS OF SOLID SUBSTANCES

S.V. Medvedevskikh

В работе установлены статистические критерии оптимальности и условия устойчивости процесса функционирования системы технических средств влагометрии твердых веществ. Предложенные критерии и условия могут быть положены в основу алгоритмов обработки входной измерительной информации об объекте, методе и технических средствах влагометрии и принятия решений при разработке, оптимизации, функционировании и контроле методик и процедур оценивания массовой доли влаги твердых веществ заданного объема.

Ключевые слова: система технических средств влагометрии, критерии оптимальности, алгоритмы обработки информации.

The work determines the statistical criterions of optimality and conditions of stability of the process of functioning of the system of technical instruments for water content measurements of solid substances. The proposed criterions and conditions can be taken as a basis for algorithms of processing of input measurement information on object, methods and technical instruments for water content measurements as well as a decision making when elaborating, optimizing, functioning and checking techniques and procedures of estimation of moisture content in the solid substances.

Keywords: system of technical instruments for water content measurements, criterions of optimality, algorithms of information processing.

Введение

Система технических средств влагометрии твердых веществ – СТЦВ представляет собой систему эталонов в виде измерительных установок и стандартных образцов влажных твердых веществ для воспроизведения и передачи единицы массовой доли и массовой концентрации влаги, рабочих средств измерений влажности твердых веществ в широких диапазонах изменений величины влажности и значений показателей точности ее измерений [1], образующих иерархическую структуру СТЦВ по точности. СТЦВ должна обеспечивать прослеживаемость результатов измерения влажности к национальным первичным эталонам единиц величин. Целью функционирования СТЦВ является получение результатов измерения массовой доли влаги твердого вещества объемом V и мас-

сой m в заданном диапазоне и при заданных условиях измерения с использованием определенных типов технических средств и методик пробоотбора, пробоподготовки и измерения в течение заданного периода функционирования СТЦВ T_f . Объем измерительной информации ограничен техническими возможностями СТЦВ и экономической целесообразностью временных и материальных затрат на получение информации. Поэтому исходная измерительная информация всегда неполная, и непосредственно (без дополнительной обработки) по ней можно оценить влажностное состояние лишь реально проанализированной части V_f заданного объема V твердого вещества за ограниченное время T . Точность измерительной информации от СТЦВ определяется метрологическими и

Медведевских Сергей Викторович – канд. техн. наук, заместитель директора по научной работе ФГУП «УНИИМ», г. Екатеринбург; msv@uniim.ru, lab251@uniim.ru

Medvedevskikh Sergey Victorovich – PhD, science deputy director of FGUP «UNIM», Yekaterinburg; msv@uniim.ru, lab251@uniim.ru

техническими характеристиками используемых в СТСВ технических средств, степенью адекватности функционалов преобразований величин, физически связанных с величинами, образующими измерительную информацию, используемых в технических средствах СТСВ и методиках измерений, включая методики отбора и подготовки проб анализируемого вещества, реальному объекту измерений, конкретным экземплярам технических средств в реальных условиях эксплуатации (условиях получения измерительной информации). Таким образом, измерительная информация от СТСВ представляет собой массив числовых данных, полученных с ошибками. Последние характеризуются погрешностью (неопределенностью) результатов измерений с помощью СТСВ величин, характеризующих объект и условия измерений, значениями влияющих факторов. Многообразие объектов, методов и технических средств влагометрии в общем случае случайный характер измеряемых с помощью СТСВ величин делают актуальным установление, с учетом характерных особенностей влагометрии, обобщенных критериев оптимальности и условий устойчивости процесса функционирования СТСВ для их дальнейшего использования в задачах оптимизации и контроля работы СТСВ.

1. Постановка задачи

Пусть СТСВ позволяет получить оценку $\tilde{x}(m, V, t) \equiv \tilde{x}(V, t)$ значения массовой доли влаги $x(m, V, t) \equiv x(V, t)$ вещества с заданными объемом V и массой m в произвольные моменты времени $t \in [0, T_f]$. Тогда, исходя из регламентированных международными документами требований к результатам измерений в области количественного химического анализа [2, 3] и контроля партий нештучной продукции [4, 5], задача установления обобщенных критериев оптимальности и условий устойчивости процесса функционирования СТСВ сводится к задаче установления для периода времени T_f предельных значений модуля математического ожидания и дисперсии величины ошибки оценивания $\Delta x(V, t) = x(V, t) - \tilde{x}(V, t)$. Если для данных СТСВ и объекта измерений предельные значения статистических характеристик $\Delta x(V, t)$ установлены в виде минимальных допустимых значений модуля математического ожидания и дисперсии случайной функции $\Delta x(V, t)$ и в период времени T_f применение СТСВ обеспечивает получение оценок $x(V, t)$ с показателями точности меньшими или равными им по величине, то процесс функционирования СТСВ будем считать оптимальным и устойчивым. Минимальные допустимые значения статистических характеристик $\Delta x(V, t)$ необходимо оценивать с учетом особенностей данного объекта влагометрии, технических

и метрологических характеристик применяемых в данной СТСВ методик и технических средств, включая процедуры пробоотбора и пробоподготовки.

2. Критерии оптимальности СТСВ

Для оценки величины $\Delta x(V, t)$ воспользуемся статистической моделью $\Delta x(V, t)$ предложенной в работе [6] и опробованной для случая термогравиметрических средств измерений влажности. Модель основана на предположении статистической малости отклонений функционалов преобразований для совокупности однотипных средств измерений влажности от идеального при условии проведения измерений по заданной аттестованной методике. Применение данной модели для случая произвольной СТСВ допустимо в силу ее достаточной общности и возможности практической реализации, требований к методикам и средствам измерений влажности, предусмотренных областью применения модели, а также при использовании для оценивания $\Delta x(V, t)$ референтных значений $x(V, t)$ в рамках поверочной схемы для средств измерений влажности твердых веществ [1]. При этом учет влияния процедур пробоотбора и пробоподготовки можно осуществить путем введения функционалов преобразования массовой доли влаги в доступных заданных объемах (пробах) вещества $V_0 \leq V_I \leq V$, подвергаемых пробоотбору и пробоподготовке, дальнейшего их преобразования для оценки $x(V, t) - \tilde{F}(x(V, t), x(V_I, t), x(V_0, t)) \equiv \tilde{F}(x(t), V, V_I, V_0) = \tilde{x}(V, t)$ и обеспечения за счет применения заданных методик пробоотбора, пробоподготовки и оценивания $x(m, V, t)$ статистической малости их отклонений от соответствующих идеальных функционалов $F(x(t), V, V_I, V_0) = x(V, t)$. Рассмотрим в период времени T_f случайную величину $\Delta x(V, t)$ как случайную функцию

$$\Delta x(V, t) = f(\Delta \lambda(t), \Delta x_I(V, t)),$$

где $\Delta \lambda(t) = \lambda(t) - \lambda$ – случайный вектор ошибок установления и поддержания при функционировании СТСВ набора постоянных значений параметров методики оценивания $\lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$, с заданными предельными значениями модуля математического ожидания $M(\Delta \lambda)$ и дисперсией $D(\lambda)$; $\Delta x_I(V, t) = \tilde{x}_I(V, t) - x_I(V, t)$ – случайный вектор ошибок измерений и обработки входной, с точки зрения получения величины $\tilde{x}(V, t)$, информации с заданными предельными значениями модуля математического ожидания $M(\Delta x_I)$ и дисперсии $D(\Delta x_I)$. Тогда критерий оптимальности СТСВ можно представить в виде следующих условий $t \in [0, T_f]$:

$$|M(\Delta x(V, t))| \leq |M(\Delta x)|; \quad (1)$$

$$D(\Delta x(V, t)) \leq D(\Delta x); \quad (2)$$

$$|M(\Delta x)| = \sup |M(\Delta x(V, t))|; \quad (3)$$

$$D(\Delta x) = \sup D(\Delta x(V, t)). \quad (4)$$

Величины $|M(\Delta x)|$ и $D(\Delta x)$ являются наименьшими верхними границами $|M(\Delta x(V, t))|$ и $D(\Delta x(V, t))$, которых можно достичь $\forall x_I(t) \in [x_{I\min}, x_{I\max}]$ в методике оценивания $x(V, t)$ в виде $\tilde{x}(V, t)$ заданием соответствующих постоянных значений компонентов вектора $\lambda(t) = \lambda \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ и применением в СТСВ технических средств, обеспечивающих выполнение условий:

$$|M(\Delta x_I(V, t))| \leq |M(\Delta x_I)|; \quad (5)$$

$$D(\Delta x_I(V, t)) \leq D(\Delta x_I); \quad (6)$$

$$|M(\Delta \lambda(t))| \leq |M(\Delta \lambda)|; \quad (7)$$

$$D(\lambda(t)) \leq D(\lambda). \quad (8)$$

Отметим, что возможно решение и обратной задачи, когда при заданных условиях (1)–(2) постоянные значения компонентов вектора λ выбирают из условия достижения наибольших нижних границ значений величин в правой части неравенств (5)–(7).

Как в прямой, так и в обратной задаче оценивания значений компонентов вектора λ в общем случае не существует единственного решения, допустимые значения компонентов вектора λ всегда будут составлять некоторую ограниченную область пространства параметров λ . Эту область можно ограничить в большой степени, если к критериям оптимальности СТСВ добавить в качестве критерия условие минимизации соответствующей целевой функции рисков [7], которую можно построить, исходя из минимизации временных и материальных затрат на разработку, внедрение и функционирование СТСВ и рисков от неверного применения результатов оценки $x(V, t)$ с ошибкой $\Delta x(V, t)$.

Отметим, что в настоящее время в области влагометрии отсутствуют в явном аналитическом виде физико-математические модели, описывающие функционалы типа $F(x(t), V, V_I, V_0)$ и $f(\Delta \lambda(t), \Delta x_I(V, t))$. Алгоритмы обработки информации и принятия решений при функционировании СТСВ заключаются в выборе эмпирических статистических моделей и параметризации этих функционалов, нахождении значений компонентов вектора λ на основе статистической обработки экспериментальных данных об объекте и применяемых в СТСВ методиках и технических средствах. Тогда согласно [7] с точки зрения теории статистического оценивания и проверки статистических гипотез оценки $x(V, t)$ должны быть несмещенными и эффективными. Применительно к рас-

сматриваемой задаче оптимальными алгоритмами обработки информации и принятия решений, связанных с функционированием СТСВ, можно считать алгоритмы, обеспечивающие оценки вида $\hat{x}(V, t)$, удовлетворяющие при $t \in [0, T_f]$ следующим условиям:

$$\begin{aligned} &\text{несмещенности} \\ &M(\Delta x(V, t)) = 0; \end{aligned} \quad (9)$$

эффективности

$$M(|(x(V, t) - \hat{x}(V, t))^2|) \leq M(|(x(V, t) - \tilde{x}(V, t))^2|), \quad (10)$$

где $\tilde{x}(V, t)$ – произвольная допустимая оценка $x(V, t)$, для которой выполняются условия (1)–(4).

Вектор $\lambda(t) = \hat{\lambda} \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$ можно с этой точки зрения считать оптимальным.

3. Иерархическая модель и условия устойчивости СТСВ

Под устойчивостью СТСВ в заданный период ее функционирования T_f будем понимать устойчивость ошибок оценивания $x(V, t)$ к наличию возможных ошибок $\Delta \lambda(t)$, $\Delta x_I(V, t)$, т. е. выполнение условий (1)–(4) $\forall t \in [0, T_f]$ при выполнении условий (5)–(7). Тогда критерии оптимальности при их выполнении $\forall t \in [0, T_f]$ можно считать условиями устойчивости СТСВ, которые можно положить в основу критериев и алгоритмов при оценке пригодности СТСВ и контроле работоспособности СТСВ в период времени T_f с точки зрения контроля точностных характеристик результатов оценки $x(V, t)$.

Прямое применение предложенных критериев типа (1)–(8) при каждом оценивании величины $x(V, t)$ требует большого объема информации, которая не всегда доступна для измерения в конкретных условиях эксплуатации данной СТСВ, а в случае доступности получение этой информации, как правило, требует длительного времени и значительных трудовых и материальных затрат. Современные методы и технические средства влагометрии позволяют создавать СТСВ с малыми случайными ошибками $\Delta \lambda(t)$ и $\Delta x_I(V, t)$ по сравнению со значениями $\lambda(t)$ и $\Delta x_I(V, t)$. Тогда функционалы типа $F(x(t), V, V_I, V_0)$ и $f(\Delta \lambda(t), \Delta x_I(V, t))$ можно построить в линейном виде, ограничиваясь 1-м порядком малости их разложения в ряд Тейлора по степеням $\Delta \lambda(t)$ и $\Delta x_I(V, t)$. В этом случае из (1)–(8) следует, что если для случайных величин $\lambda(t)$ и $\Delta x_I(V, t)$ $\forall t \in [0, T_f]$ удастся получить несмещенные оценки, т. е. обеспечить выполнение условий типа (6), (8), (9), то это будет означать выполнение условий (1)–(2) (условия (3)–(4) при этом могут не выполняться). Контроль работоспо-

способности СТСВ при этом сводится к контролю выполнения условий типа (6), (8), (9) в период времени T_f . Кроме того, в этом случае всегда можно найти набор параметров оценивания $\lambda(t) = \hat{\lambda} \in [\lambda_{\min}, \lambda_{\max}]$, при которых выполняется условие (9) для оценки $x(V, t)$. При этом условие (10) может не выполняться и, наоборот, возможно увеличение $D(\Delta x(V, t))$. Но тогда при контроле работоспособности СТСВ можно положить в качестве априорной информации обязательность выполнения условия (9) $\forall t \in [0, T_f]$ и ограничиться контролем выполнения условия (2). Сами условия типа (9), выполняемые для $\Delta x(V, t)$, $\Delta \lambda(t)$ и $\Delta x_I(V, t)$, будем считать условиями самосогласования СТСВ.

Дополнительную априорную информацию об объекте и СТСВ можно получить, если воспользоваться существованием в процессе функционирования СТСВ иерархий временных и пространственных (по объему) масштабов анализируемого вещества, характеризующих в заданный период функционирования СТСВ T_f продолжительность во времени повторяющихся операций, проводимых для оценки величины $x(V, t)$, связанных с отбором и подготовкой проб вещества объемом V_I за период времени T , измерением величин $x(V_0, t)$ за время τ . Эта иерархия определяется иерархией по точности средств и методик измерений влажности и условиями измерений (лабораторными или on-line измерениями) и должна быть отражена в моделях измеряемой величины и результатов ее измерений. По временным масштабам иерархия определяется периодами τ, T, T_f , по пространственным масштабам – объемами V_0, V_I, V . Кроме того, можно использовать иерархию по точности измерений входных величин $\Delta x_I(V, t)$ в зависимости от применяемых в СТСВ технических средств.

Наличие иерархии позволяет на каждой иерархической ступени построить на основе линейных стохастических моделей преобразования и передачи измеряемой величины и результатов измерений критерии оптимальности, условия устойчивости в рамках иерархической структуры, сделать их самосогласованными. Задание априорной информации в виде данных критериев и условий на любом из существующих в конкретной СТСВ уровнях позволяет установить соответствующие критерии и условия для остальных уровней иерархической структуры СТСВ. Выполнение условий и критериев на каждом уровне будет обеспечивать выполнение критериев типа (1)–(4) или (9)–(10) и условий типа (5)–(7) для системы в целом.

Проверку адекватности применяемых моделей функционалов преобразований измерительной

информации от СТСВ в информацию о влажностном состоянии твердого вещества реальной СТСВ реальным условиям эксплуатации, реальному объекту и заданным условиям задачи применения СТСВ проводят на каждом иерархическом уровне СТСВ на этапах разработки и применения СТСВ. Алгоритмы проверки адекватности моделей основаны на теории проверки статистических гипотез и связаны с анализом остатков моделей в виде регрессионных зависимостей и (или) сравнении измерительной информации от СТСВ, полученной на одном или разных ее иерархических уровнях.

Средства измерений, используемые СТСВ, должны быть откалиброваны в рамках иерархической системы калибровок (или поверочных схем, при их наличии). Это означает, что все возможные систематические сдвиги в результатах измерения величин $x_I(V_0, t)$ определены и учтены по отношению к опорным значениям этих величин x_{0Iref} с известной неопределенностью $u(x_{0Iref})$, установленным в результате ключевых международных сличений национальных первичных эталонов единиц величин и зафиксированным в базе данных измерительных и калибровочных возможностей международного бюро по мерам и весам (МБМВ).

На уровне государственного первичного эталона массовой доли влаги в твердых веществах [8] адекватность моделей подтверждается результатами международных сличений эталона с эталонами других стран. Результатом сличений является установление опорного значения, степени эквивалентности национального эталона эталонам других стран и неопределенности результатов воспроизведения единицы массовой доли влаги на эталоне.

В дальнейшем на эталоне получают референтные значения со значениями их неопределенностей, которые используют как в качестве априорной информации, так и при проверке адекватности моделей в алгоритмах обработки информации на следующих иерархических уровнях СТСВ – разработке и аттестации рабочих эталонов, измерениях массовой доли влаги в условиях лаборатории.

Результаты функционирования СТСВ на этом иерархическом уровне могут использоваться для решения конкретных задач предприятия, связанных с исследованиями и контролем продукции в виде влажных твердых веществ, в качестве априорной информации, используемой в том числе при проверке адекватности моделей в алгоритмах обработки измерительной информации от СТСВ (опробования промышленных партий продукции по показателю массовой доли влаги), основанных как на методах пробоотбора, так и на измерениях с помощью автоматических (поточных) влагомеров, установленных на поточных линиях.

Алгоритмы контроля функционирования СТСВ могут быть основаны на статистической обработке измерительной информации от СТСВ, получаемой

в процессе ее функционирования, и (или) в результате специально организованных экспериментов и заключаются в проверке статистических гипотез о выполнении критериев оптимальности, условий устойчивости и самосогласования на каждом иерархическом уровне СТСВ.

С этой точки зрения, если измерительную информацию от СТСВ и оценки на ее основе рассматривать как продукцию, получаемую в результате процессов измерений и процессов обработки результатов измерений, то контроль функционирования СТСВ можно построить на основе известных процедур статистического контроля качества продукции.

Кроме того, положительные результаты контроля будут свидетельствовать об адекватности параметризованных моделей функционалов преобразования, эффективности алгоритмов обработки информации, используемых СТСВ. Сами процедуры контроля могут применяться для экспериментальной проверки адекватности и эффективности СТСВ реальным объектам и условиям эксплуатации СТСВ как на каждом иерархическом уровне, так и системы в целом.

Заключение

Таким образом, заданная пространственно-временная иерархия процесса функционирования системы технических средств влагометрии позволяет на каждом этапе жизненного цикла СТСВ (разработка, внедрение, применение) задать на каждом иерархическом уровне однотипные критерии оптимальности и условия устойчивости СТСВ. Обеспечение выполнения этих критериев и условий даст возможность применения на каждом иерархическом уровне однотипных линеаризованных статистических моделей измеряемой величины – массовой доли влаги в твердом веществе и процесса ее измерения, так как эти критерии согласуются и получены из ограничений области применения моделей. В этом случае самосогласованность критериев и условий на всех иерархических уровнях позволяет осуществлять контроль за функционированием СТСВ в целом путем контроля выполнения критериев оптимальности и условий устойчивости на каждом из иерархических уровней и контроля при необходимости условий масштабной и трансляционной инвариантности влажного твердого вещества по массовой доле влаги, химическому составу и матричным свойствам.

Самосогласованность и однотипность критериев оптимальности и устойчивости СТСВ, адек-

ватность и однотипность моделей измеряемой величины и результатов ее измерения на каждом иерархическом уровне, многоступенчатая процедура контроля СТСВ позволяют построить иерархическую систему однотипных алгоритмов обработки информации и принятия решений при функционировании СТСВ, обеспечивающую итерационный процесс оценки оптимальных параметров и неопределенных коэффициентов моделей измеряемой величины; процесс ее измерений и влияния различных факторов за счет обработки дополнительной информации о функционировании СТСВ в период ее применения. В качестве начального приближения используются оценки, полученные в процессе разработки и внедрения конкретной СТСВ.

Литература

1. ГОСТ Р 8.681–2009. ГСИ. Государственная поверочная схема для средств измерений содержания влаги в твердых веществах и материалах.
2. Руководство ЕВРАХИМ/СИТАК «Прслеживаемость в химических измерениях. Руководство по достижению сопоставимых результатов химического анализа». – 2-е изд., 2000. – СПб.: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 2002.
3. Руководство ЕВРАХИМ/СИТАК «Количественное описание неопределенности в аналитических измерениях», 2003. – СПб.: ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, 2005.
4. ГОСТ Р ИСО 11648-1–2009. Статистические методы. Выборочный контроль нештучной продукции. Часть 1. Общие принципы.
5. ГОСТ Р ИСО 11648-2–2009. Статистические методы. Выборочный контроль нештучной продукции. Часть 2. Отбор выборки сыпучих материалов.
6. Медведевских, С.В. Модели процесса измерений влажности твердых веществ термогравиметрическим методом / С.В. Медведевских // Темат. сб. науч. тр. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2001. – С. 42–53.
7. Корн, Г. Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1977.
8. Государственный первичный эталон единиц массовой доли и массовой концентрации влаги в твердых веществах и материалах / В.В. Горшков, В.И. Коряков, М.Ю. Медведевских, С.В. Медведевских // Измерительная техника. – 2010. – № 4. – С. 24.

Поступила в редакцию 17 мая 2011 г.