

Т.К. Подлинева

Упругие деформации звеньев механических конструкций и передач являются одним из факторов, препятствующих повышению эффективности управления электромеханическими объектами и подлежащих подавлению средствами управления. Особенности синтеза корректирующего устройства исполнительных систем для упругой нагрузки и структурная схема устройства предлагаются в докладе.

Ключевые слова: корректирующий фильтр, оптимальная фильтрация, структурная схема.

Возможности линейной коррекции в решении задачи синтеза в системах с упругой нагрузкой достаточно ограничены, в особенности при наличии интенсивных помех в выходном сигнале системы. Эти ограничения привели к использованию нелинейных корректирующих устройств. Удовлетворение требованиям точности и качества исполнительной системы (ИС) достигается формированием определенного вида выходного сигнала разомкнутой ИС путем выбора соответствующих корректирующих устройств. Одним из таких устройств является корректирующий фильтр, методика синтеза которого излагается в работе [1].

В качестве характеристики выходного сигнала ИС принята спектральная плотность, полностью описывающая частотные свойства линеаризованной системы при ее минимальнофазовости. Такой подход к синтезу корректирующего устройства родственен частотному методу. За располагаемый выходной сигнал ИС с резонансными свойствами принимаем сигнал, описываемый уравнением:

$$\xi(t) = x(t) + \xi_A(t) + n(t), \quad (1)$$

где $x(t)$ – желаемый выходной сигнал; $\xi_A(t)$ – сосредоточенная помеха; $n(t)$ – широкополосный белый гауссовый шум со спектральной плотностью $N_0/2$. Сигнал сосредоточенной помехи при достаточной узкополосности ($\omega_p \gg \Delta\omega$), является квазигармонической флуктуацией, случайно модулированной по амплитуде, частоте и фазе:

$$\xi_A(t) = A(t)\cos[\omega_p(t)t + \varphi(t)] \quad \text{или} \quad \xi_A(t) = A(t)\cos[\omega_0 t + \psi(t)], \quad (2)$$

здесь ω_0 – среднее значение частоты ω_p ; $\psi(t) = \varphi(t) + \int_0^t (\omega_p - \omega_0) d\tau$.

Для решения задачи синтеза корректирующего устройства в [1] использована теория оптимальной фильтрации информационного сигнала

$x(t)$ из аддитивной смеси (1). При решении задачи фильтрации учитывается зависимость наблюдаемого сообщения $\xi(t)$ не только от информационного процесса $x(t)$, но и трех сопровождающих случайных параметров: $A(t)$, $\psi(t)$, $\omega_p(t)$, поэтому необходимая точность обеспечивается при синтезе многомерного алгоритма фильтрации вектора $\bar{\lambda}_t = \{x(t), A(t), \psi(t), \omega_p(t)\}$.

Большинство работ по синтезу оптимальных фильтров использует теорию линейной фильтрации Колмогорова – Винера, рассматривающую полезный сигнал и шум $n(t)$ как нормальные случайные процессы, что, в таких случаях как рассматриваемый, является некорректным. Это привело к широкому использованию для многокомпонентных сообщений теории нелинейной фильтрации, рассматривающей любой случайный процесс в виде многомерной марковской модели [2].

Для решения поставленной задачи оптимальной фильтрации информационного процесса $x(t)$ из аддитивной смеси его с узкополосной и широкополосной помехами (1), учитывается нелинейная зависимость сигнала $\xi_A(t)$ от двух его случайных параметров (2), марковские, в общем случае многомерные, модели параметров. Для упрощения задачи синтеза в [1] фильтруемые процессы описываются линейными стохастическими дифференциальными уравнениями вида:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\alpha x + n_\alpha(t), \\ \dot{A} = -\beta A + n_\beta(t), \\ \dot{\psi} = (\omega_p - \omega_0) + n_\varphi(t), \\ \dot{\omega}_p = -\gamma(\omega_p - \omega_0) + n_\gamma(t), \end{cases} \quad (3)$$

где n_α , n_β , n_φ , n_γ – нормальные белые шумы с нулевыми средними значениями и односторонними спектральными плотностями N_α , N_β , N_φ , N_γ , соответственно. Нормальный характер полезного процесса и компонент сосредоточенной помехи соответствует физике работы системы, полагаемой линейной или нелинейной, но с нормализующим окончательным каскадом. Задаваясь, помимо априорных стохастических уравнений (3), начальными и граничными условиями для компонент векторного случайного процесса $\bar{\lambda}_t$, можно найти его финальное апостериорное распределение, удовлетворяющее интегро-дифференциальному уравнению Стратоновича [2]. Решение уравнения значительно упрощается при переходе от финальной апостериорной плотности вероятности фильтруемого процесса к его оценке, в качестве которой принимаются значения, соответствующие максимуму апостериорного распределения. При больших отношениях ρ =сигнал/шум и большом времени наблюдения апостериорную плотность вероятности считают приближенно нормальной, при этом оценки информационного и сопровождающих параметров являются несмещенными и эффективными, а апостериорные дисперсии характеризуют текущие ошибки фильтрации. Алгоритм фильтрации случайного процесса $\bar{\lambda}_t$

, квазиоптимальный и квазилинейный, с учетом (3), описывается системой уравнений (4), где $x^*, A^*, \psi^*, \omega_p^*$ обозначены оценочные значения фильтруемых параметров, а K_{ij}^* – усредненные по значениям шума $n(t)$ значения кумулянтов.

$$\begin{cases} \dot{x}^* = -\alpha x^* + K_{xx}^* F_x + K_{xA}^* F_A + K_{x\psi}^* F_\psi, \\ \dot{A}^* = -\beta A^* + K_{xA}^* F_x + K_{AA}^* F_A + K_{A\psi}^* F_\psi, \\ \dot{\psi}^* = (\omega_p^* - \omega_0) + K_{x\psi}^* F_x + K_{A\psi}^* F_A + K_{\psi\psi}^* F_\psi, \\ \dot{\omega}_p^* = -\gamma(\omega_p^* - \omega_0) + K_{x\omega_p}^* F_x + K_{A\omega_p}^* F_A + K_{\psi\omega_p}^* F_\psi. \end{cases} \quad (4)$$

Уравнения кумулянтов, например, для параметра x :

$$\begin{cases} \dot{K}_{xx}^* = \frac{1}{2} N_\alpha - 2\alpha K_{xx}^* + \sum_{i,j=x,A,\psi} K_{xi}^* K_{jx}^* \partial^2 F^* / \partial i \partial j, \\ \dot{K}_{xA}^* = -(\alpha + \beta) K_{xA}^* + \sum_{i,j} K_{xi}^* K_{jA}^* \partial^2 F^* / \partial i \partial j, \\ \dot{K}_{x\psi}^* = -\alpha K_{x\psi}^* + K_{x\omega_p}^* + \sum_{i,j} K_{xi}^* K_{j\psi}^* \partial^2 F^* / \partial i \partial j, \end{cases} \quad (5)$$

Функция $F(t, \bar{\lambda}_t)$, производная от логарифма функции правдоподобия, определяется уравнением:

$$F(t, \bar{\lambda}_t) = -\frac{1}{N_0} [\xi(t) - S(t, \bar{\lambda}_t)]^2, \quad (6)$$

где полезный сигнал $S(t, \bar{\lambda}_t) = x(t) + A(t) \cos(\omega_0 t + \psi(t))$.

В системе (4) через F_i обозначены первые производные функции по параметрам в окрестности оценочной точки, а в уравнениях кумулянтов (5) использованы вторые производные функции $F(t, \bar{\lambda}_t)$, предварительно усредненные по значениям шума n_0 . Такое усреднение справедливо при больших ρ или, что то же самое, при высокой апостериорной точности фильтруемых параметров. Введенные усреднения отражены индексом – звездочкой, производные взяты в окрестности оценочной точки. С учетом фильтрующих свойств синтезируемого нелинейного устройства получим уравнения функции $F(t, \bar{\lambda}_t)$ и ее первых производных:

$$F(t, \bar{\lambda}_t) = \frac{1}{N_0} [2\xi(t)(x + A \cos(\omega_0 t + \psi)) - x^2 - \frac{A^2}{2} - 2Ax \cos(\omega_0 t + \psi)], \quad (7)$$

$$\begin{cases} F_x = \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{\bar{\lambda}_t = \bar{\lambda}_t^*} = \frac{2}{N_0} [\xi(t) - x^* - A^* \cos(\omega_0 t + \psi^*)], \\ F_A = \frac{\partial F}{\partial A} \Big|_{\bar{\lambda}_t = \bar{\lambda}_t^*} = \frac{2}{N_0} [\xi(t) \cos(\omega_0 t + \psi^*) - \frac{A^*}{2} - x^* \cos(\omega_0 t + \psi^*)], \\ F_\psi = \frac{\partial F}{\partial \psi} \Big|_{\bar{\lambda}_t = \bar{\lambda}_t^*} = \frac{2}{N_0} [-\xi(t) A^* \sin(\omega_0 t + \psi^*) + A^* x^* \sin(\omega_0 t + \psi^*)]. \end{cases} \quad (8)$$

Усредненные по n_0 значения вторых производных функции $F(t, \bar{\lambda}_t)$:

$$\begin{cases} F_{xx}^* = -\frac{2}{N_0}, & F_{AA}^* = -\frac{1}{N_0}, & F_{\psi\psi}^* = -\frac{(A^*)^2}{N_0}, \\ F_{xA}^* = -\frac{2}{N_0} \cos(\omega_0 t + \psi^*), & F_{x\psi}^* = \frac{2}{N_0} A^* \sin(\omega_0 t + \psi^*), \\ F_{A\psi}^* = -\frac{2}{N_0} A^* \sin^2(\omega_0 t + \psi^*). \end{cases} \quad (9)$$

Устройство, моделирующее уравнения (4,5) с учетом (8,9), воспроизводит информационный сигнал $x^*(t)$ с минимальной среднеквадратической погрешностью. Однако структура оптимального фильтра чрезмерно сложна, упрощение возможно, если перейти к квазистационарному алгоритму фильтрации, при больших отношениях ρ кумулянты K_{ij}^* , характеризующие статистическую зависимость оценок параметров, по истечении времени переходного процесса стремятся к своим стационарным значениям: $K_{ij}^*(t) = \bar{K}_{ij}^*$. Время установления стационарного состояния обратно пропорционально квадратному корню из ρ . Из (9) усредненные по времени вторые производные $F_{ij}^*(t, \bar{\lambda}_t)$ определяются уравнениями:

$$F_{xx}^* = -\frac{2}{N_0}, \quad F_{AA}^* = -\frac{1}{N_0}, \quad F_{\psi\psi}^* = -\frac{\sigma_A^2}{N_0}, \quad F_{xA}^* = F_{x\psi}^* = F_{A\psi}^* = 0, \quad (10)$$

σ_A^2 – дисперсия случайного параметра $A(t)$.

Условиями апостериорной статистической независимости оценок компонент λ_i^* и λ_j^* являются: их априорная независимость и сигнальная ортогональность и такими условиями обладают, например, амплитуда и фаза квазигармонического сигнала. С учетом этой особенности параметров сигнала система уравнений кумулянтов (5) упрощается:

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{\alpha} / 2 - 2\alpha \bar{K}_{xx}^* + (\bar{K}_{xx}^*)^2 \bar{F}_{xx}^* = 0, \\ N_{\beta} / 2 - 2\beta \bar{K}_{AA}^* + (\bar{K}_{AA}^*)^2 \bar{F}_{AA}^* = 0, \\ N_{\varphi} / 2 + 2\bar{K}_{\psi\omega_p}^* + (\bar{K}_{\psi\psi}^*)^2 \bar{F}_{\psi\psi}^* = 0, \\ \bar{K}_{\omega_p\omega_p}^* - \gamma \bar{K}_{\psi\omega_p}^* + \bar{K}_{\psi\psi}^* \bar{K}_{\psi\omega_p}^* \bar{F}_{\psi\psi}^* = 0, \\ N_{\gamma} / 2 - 2\gamma \bar{K}_{\omega_p\omega_p}^* + (\bar{K}_{\psi\omega_p}^*)^2 \bar{F}_{\psi\psi}^* = 0, \\ \bar{K}_{A\psi}^* = \bar{K}_{A\omega_p}^* = \bar{K}_{x\psi}^* = \bar{K}_{xA}^* = \bar{K}_{x\omega_p}^* = 0. \end{array} \right. \quad (11)$$

Из (11) находим стационарные значения кумулянтов и на основании (4,8,10) получаем систему уравнений квазистационарного и квазилинейного оптимального фильтра:

$$\left\{ \begin{array}{l} x^* = \frac{K_x}{T_{\alpha} p + 1} [\xi(t) - A^* \cos(\omega_0 t + \psi^*)], \\ A^* = \frac{K_A}{T_{\beta} p + 1} (\xi(t) - x^*) \cos(\omega_0 t + \psi^*), \\ \dot{\psi}^* = K_{\psi} \frac{T'_{\gamma} p + 1}{T_{\gamma} p + 1} (x^* - \xi(t)) A^* \sin(\omega_0 t + \psi^*), \end{array} \right. \quad (12)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} K_x = 2\bar{K}_{xx}^* T_{\alpha} / N_0, \quad K_A = 2\bar{K}_{AA}^* T_{\beta} / N_0, \\ K_{\psi} = 2(\bar{K}_{\psi\psi}^* + T_{\gamma} \bar{K}_{\psi\omega_p}^*) / N_0, \quad T_{\alpha} = 1/(\alpha + 2\bar{K}_{xx}^* / N_0), \\ T_{\beta} = 1/(\beta + 2\bar{K}_{AA}^* / N_0), \quad T_{\gamma} = 1/\gamma, \quad T'_{\gamma} = \bar{K}_{\psi\psi}^* T_{\gamma} / (T_{\gamma} \bar{K}_{\psi\omega_p}^* + \bar{K}_{\psi\psi}^*), \end{array} \right.$$

Структурная схема оптимального корректирующего фильтра (12), воспроизводящего желаемый выходной сигнал системы с минимальной среднеквадратической ошибкой, представлена на рис.1., где ПГ – подстраиваемый по частоте генератор, УЭ – управляющий элемент.

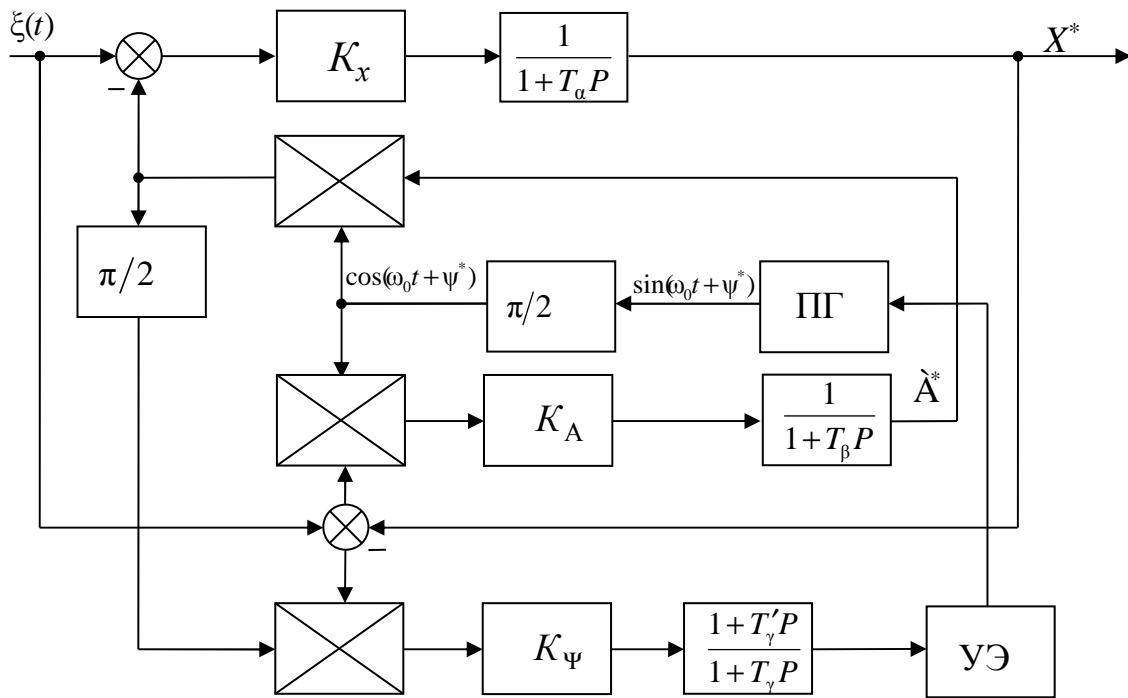


Рис.1. Структурная схема оптимального корректирующего устройства

Оптimum по быстрдействию является существенным аргументом в защиту использования нестационарной схемы корректирующего устройства (рис.1), т.к. необходимые усложнения схемы оправдываются значительным улучшением качества скорректированной системы. Но и упрощенный квазиоптимальный вариант схемы, на базе стационарных значений кумулянтов K_{ij} , позволяет получить очень хорошие результаты, что убедительно продемонстрировано в [3] на примере коррекции исполнительной системы, работающей на упругую нагрузку.

Библиографический список

1. Подлинева Т.К. Особенности синтеза управляемого привода с инерционной обратной связью / Т.К. Подлинева // Наука ЮУрГУ: материалы. 61-й научной конференции. – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2009.– Т.2. – С. 18.
2. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – 2-е изд. – перераб.и доп. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
3. Подлинева Т.К. Вопросы синтеза исполнительной системы для упругой нагрузки / Т.К. Подлинева // Труды научно-практической конференции «Актуальные проблемы автоматизации и управления».– Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2013.– С. 58.

About correction of executive systems for elastic loading

T.K. Podlineva

Elastic deformations of links of mechanical designs and transfers are one of the factors which are interfering increase of effective control of electromechanical objects and subject to suppression by control facilities. Features of synthesis of the correcting device of executive systems for elastic loading and the block diagram of the device are offered in the report.

Keywords: the correcting filter, an optimum filtration, the block diagram.

References

1. Podlineva T.K. Features of Synthesis of the Controlled Drive with Inertial Feedback [Osobennosti sinteza upravlyaemogo privoda s inertsionnoy obratnoy svyaz'yu]. *Nauka YuUrGU: materialy 61-y nauchnoy konferentsii* [Science of SUSU: Materials of 61 Scientific Conference]. Chelyabinsk, SUSU Publ., 2009, v.2, p. 18
2. Tikhonov V. I. *Statisticheskaya radiotekhnika* [Statistical Radio Engineering]. Moscow, Radio and Connection Publ., 1982, 624 p.
3. Podlineva T.K. Questions of Synthesis of Executive System for Elastic Loading [Voprosy sinteza ispolnitel'noy sistemy dlya uprydoy nagruzki]. *Trudy nauchno-prakticheskoy konferentsii "Aktual'nye problemy avtomatizatsii i upravleniya"* [Works of the Scientific and Practical Conference "Actual Problems of Automation and Control"]. Chelyabinsk, South Ural St. Univ. Publ., 2013, p. 58.